

Situation didactique autour d'un jeu de recherche : expérimentation en classes de NSI

Antoine Meyer¹[0000–0003–4513–4347] and Simon Modeste²[0000–0002–8578–9287]

¹ LIGM, Univ Gustave Eiffel, CNRS, ESIEE Paris, F-77454 Marne-la-Vallée, France
`antoine.meyer@univ-eiffel.fr`

² IMAG, Université de Montpellier, CNRS, Montpellier – France
`simon.modeste@umontpellier.fr`

Résumé Ce travail cherche à mettre en évidence les potentialités didactiques, pour l'enseignement de concepts algorithmiques, d'une activité débranchée autour de jeux de devinettes. Grâce à un dispositif de « jeu algorithmique » inspiré de la théorie de la complexité, cette activité vise à faire émerger les concepts de complexité au pire d'algorithme et de complexité de problème. Elle mobilise aussi d'autres concepts présents dans les programmes de NSI, comme l'approche « diviser pour régner », ainsi que des savoir-faires plus généraux comme celui de formuler et prouver un énoncé. Nous décrivons une expérimentation de cette situation didactique dans plusieurs classes de lycée françaises de la spécialité Numérique et Sciences Informatiques (NSI), et fournissons des éléments d'analyse des données recueillies. Nous nous appuyons sur divers éléments théoriques et méthodologiques issus de la didactique des disciplines, ainsi que sur une analyse épistémologique et didactique préalable.

Keywords : algorithmique · dichotomie · complexité · didactique · lycée · informatique débranchée

1 Introduction

Au cours de ces dernières années, l'informatique s'est structurée en France en tant que discipline scolaire à part entière. Depuis 2009 déjà, des éléments d'informatique (essentiellement d'algorithmique et de programmation) sont apparus dans les programmes de disciplines existantes du secondaire, en particulier en mathématiques et en technologie. Lors de la dernière réforme du lycée, une nouvelle matière baptisée Numérique et Sciences Informatiques (NSI), dotée d'un volume horaire important, est apparue en classes de 1ère et de Terminale. Une nouvelle filière des classes préparatoires aux grandes écoles³ a également vu le jour. Parallèlement ont été créés un CAPES puis une agrégation d'informatique afin de recruter des enseignant · es à même de prendre en charge ces contenus.

Le présent travail a pour objectif de contribuer, à son échelle, à une réflexion épistémologique et didactique sur les concepts présents (ou susceptibles de l'être)

³ Mathématiques, Physique, Ingénierie et Informatique (MP2I) en première année, puis Mathématiques, Physique et Informatique (MPI) en 2e année.

dans les programmes d'informatique scolaire. Cet effort de recherche global pourrait viser à préciser en particulier les enjeux de *transposition didactique* de ces concepts depuis la science informatique vers l'enseignement, et pourrait permettre par exemple de contribuer à la formation des enseignants, d'apporter un regard critique sur les programmes, ou de contribuer à la réflexion sur la transition lycée – supérieur.

L'objet visé dans ce travail est l'algorithme de recherche binaire (ou par dichotomie), qui permet de résoudre le problème de recherche d'un élément dans une collection triée. Son étude fait explicitement partie du programme de première NSI et met en jeu un certain nombre d'autres concepts liés des programmes de première et de terminale, comme la complexité, le paradigme « diviser pour régner » ou indirectement la structure d'arbre binaire de recherche. On pourra se référer par exemple à [6] pour une discussion plus détaillée.

Nous faisons l'hypothèse qu'une situation adidactique (au sens de la *théorie des situations didactiques*), organisée sous la forme d'un jeu à deux joueurs, est de nature à faire émerger la stratégie de dichotomie à la fois en tant qu'outil (pour gagner le jeu) et en tant qu'objet (pour justifier l'efficacité de cette stratégie), ce qui peut permettre des apprentissages relatifs aux notions d'algorithme, de problème, de complexité et de preuve. Notre expérimentation a pour objectif de mettre à l'épreuve, et le cas échéant de raffiner, cette hypothèse de recherche.

Nous présentons à la section 2 quelques outils théoriques issus de la didactique et de l'informatique qui servent de support à cette étude. La section 3 détaille la situation didactique envisagée et quelques éléments de sa résolution, et la section 4 présente notre méthodologie de recueil de données. Nous donnons en section 5 quelques exemples de productions d'élèves recueillies au cours de l'expérimentation et quelques pistes d'analyse, avant de conclure.

2 Outillage théorique

On s'appuie dans ce travail sur des concepts issus de la didactique des disciplines, en particulier la *théorie des situations didactiques* développée par Brousseau [4] et ses successeurs, et sur les modèles épistémologiques de l'algorithme proposés par Modeste [8]. Nous sommes aussi influencés par des concepts tirés de la théorie de la complexité, qui nous amènent à considérer une famille de situations didactiques que nous qualifions de *jeux algorithmiques*.

2.1 Théorie des situations didactiques

Sans nous lancer dans une description détaillée de cette théorie bien connue des didacticiens (en particulier des mathématiques), nous relevons quelques concepts clés qui ont guidé l'élaboration de ce travail et l'analyse à suivre.

Milieu et rétroactions. Dans la théorie des situations didactiques ou TSD [4] (voir [3] pour une introduction succincte), la connaissance est envisagée comme une propriété du système { sujet, milieu }. Le *milieu* est un environnement dans

lequel agit le sujet, et qui lui apporte des *rétroactions* qui peuvent l'amener à développer de nouvelles stratégies d'action.

Situations adidactiques. Brousseau décrit une situation adidactique comme une situation porteuse d'un problème à résoudre, mais dans laquelle l'enseignant n'intervient pas directement. Il élabore en amont un milieu qui, par ses rétroactions, est susceptible d'amener l'élève à former de nouvelles stratégies, ce qui dans cette théorie constituerait un apprentissage. L'aspect *adidactique* de la situation tient au fait que l'élève est confrontée à un problème dont la responsabilité de la résolution lui revient (on parle de *dévolution*).

Variables didactiques. Modèle pour le chercheur autant que pour l'enseignant, le concept de situation fait également intervenir celui de *variable didactique*, qui représente un paramètre de la situation et dont le réglage peut avoir un impact sur les apprentissages potentiels des sujets, sur les stratégies valides ou non valides pour résoudre le problème posé, etc. Le développement de situations didactiques à des fins de recherche, par exemple pour explorer les enjeux d'enseignement d'une notion particulière comme c'est le cas dans ce travail, requiert donc une réflexion particulière sur l'identification des variables didactiques et sur leurs effets. En particulier, il est crucial que le choix des variables didactiques fasse de l'acquisition du savoir visé une *condition nécessaire* à la résolution du problème. Dans notre cas, le choix des variables didactiques devra permettre de faire émerger premièrement la dichotomie comme stratégie souhaitable pour gagner le jeu, et dans un second temps la réflexion sur la complexité de la méthode comme un moyen de répondre au problème posé. Un autre exemple est le choix de la valeur de N dans la situation décrite à la section 3, qui peut nécessiter la mise en œuvre de stratégies différentes chez l'élève.

Phases d'action, formulation, validation. Enfin, nous citons une distinction opérée par la TSD entre trois fonctions, ou statuts, du savoir : action, formulation et validation. Dans une phase d'action, le sujet interagit avec le milieu et reçoit des rétroactions, ce qui l'amène à construire des connaissances implicites. Une phase de formulation donne lieu à la transmission, par exemple d'un sujet à un autre, d'une stratégie explicite de résolution du problème, que nous sommes tentés d'apparenter à un algorithme. Enfin, la validation correspond au fait de présenter des arguments permettant de contrôler ou de démontrer la validité ou la performance d'une stratégie. Ces distinctions ont guidé l'élaboration de la situation présentée à la section 3. Elles met en jeu des composantes d'action (jeu à deux joueurs), de formulation (rédaction d'une stratégie applicable par autrui), et de validation (argumentation sur la performance de la stratégie décrite).

2.2 Modèles épistémologiques pour l'algorithme

Le travail de Modeste [7,8] plaide pour la prise en compte d'un modèle épistémologique de l'algorithme pour étayer le travail didactique en informatique. En s'appuyant sur la dialectique outil-objet mise en avant par Douady [5] et sur le

modèle *cK* de Balacheff [2] il propose plusieurs modèles visant à caractériser les éléments constitutifs de ce concept et à questionner sa transposition didactique.

Aspects de l'algorithme et pensée algorithmique. Suite à une revue de définitions de l'algorithmique dans des textes de référence, Modeste établit une liste d'*aspects* de l'algorithme, qui ont pour vocation d'aider à identifier les préoccupations fondamentales de l'algorithmique. Il distingue cinq aspects : les aspects *problème* et *effectivité*, qui ont trait à l'algorithme en tant qu'outil, et les aspects *complexité*, *preuve* et *modèles théoriques* qui ont trait à l'algorithme en tant qu'objet. Modeste complète cette analyse par un questionnement de la nature de l'*activité* algorithmique elle-même, souvent assimilée à une « pensée algorithmique » spécifique. Citant plusieurs textes, il observe que quand bien même la pensée algorithmique pourrait être considérée comme une partie de la pensée mathématique, « voir la pensée algorithmique comme pensée majeure de l'informatique permet un réel enrichissement de son analyse » en particulier dans une perspective d'enseignement, soulignant par là le fait que l'informatique exerce elle-même une influence sur la pratique mathématique.

Conceptions de l'algorithme. Enfin, Modeste développe une structuration des conceptions et usages de l'algorithme en six catégories, organisées selon deux axes : d'une part selon la dialectique outil-objet déjà mentionnée, d'autre part selon trois paradigmes ou « modes de vie » de l'algorithme : en tant que preuve algorithmique (ou preuve mathématique constructive), algorithme mathématique (par exemple exprimé dans un pseudo-code), ou algorithme informatique (implémentable sur machine). Chacune de ces six catégories est porteuse de ses propres exemples et problèmes typiques, opérateurs, systèmes de représentation et modalités de contrôle, conformément au modèle *cK* de Balacheff.

2.3 Une famille de situations didactiques pour l'informatique

À la lumière de ces différentes influences théoriques, nous proposons une famille de situations didactiques que nous surnommerons *jeux algorithmiques*, qui repose sur un parallèle entre un jeu à deux joueurs (un élève jouant contre un autre élève, l'enseignant ou un artefact technique) et l'exécution d'un algorithme au sein d'un environnement. Ce parallèle fait l'objet d'un type de raisonnement en théorie de la complexité, appelé *argument d'adversaire*, utilisé pour établir des bornes inférieures sur la complexité de problèmes algorithmiques.

Dans ce contexte, un joueur surnommé « joueur-algorithme » (ou A), cherche à résoudre une instance inconnue d'un certain problème algorithmique p dans un modèle de calcul donné, tandis que son adversaire, que nous appellerons « joueur-environnement » (ou E), joue à la fois le rôle du modèle de calcul et du reste de l'environnement. On suppose que la taille de l'instance à résoudre est connue des deux joueurs dès le début de la partie (contrairement à l'instance elle-même), et l'on notera cette taille n . À chaque tour de jeu, le joueur-environnement fournit les résultats des opérations élémentaires demandées par le joueur-algorithme, et contrôle les éventuels autres facteurs qui ne sont pas du ressort de son adversaire

(aléa, ordonnancement, événements, accès à la mémoire, etc.). Les objectifs des deux joueurs sont opposés : la taille n des instances étant fixée à l'avance, le joueur-algorithme cherche à résoudre le problème en faisant appel au plus petit nombre d'opérations élémentaires possible, tandis que le joueur-environnement cherche à le contraindre à en poser le plus grand nombre.

L'application d'origine de cet argument, issue de la théorie de la complexité, est donc ici instrumentalisée à des fins didactiques dans le but d'explorer les problématiques d'enseignement de l'algorithmique (à la fois en tant qu'outil et en tant qu'objet), de la complexité et de la preuve en informatique.

3 Présentation de la situation didactique

Cette section décrit la situation didactique qui fait l'objet de notre expérimentation. Une discussion plus générale du problème sous-jacent et du choix de paramétrage des variables didactiques sont présentées dans nos travaux antérieurs [6]. La situation envisagée se décompose en deux séances d'une heure. Les élèves sont répartis par groupes de deux ou trois. Au cours de chaque phase, les élèves sont invités, pendant 15 mn environ, à jouer quelques parties d'un jeu à deux joueurs dont les règles leur sont présentées, et à consigner par écrit le déroulement de chaque partie sur une feuille de partie (annexe A.1). Une frise numérique (annexe A.2) est à leur disposition, mais n'est accompagnée d'aucune consigne d'usage. Dans un second temps, les élèves sont confrontés à une tâche de résolution de problème pour laquelle ils disposent d'un temps de recherche d'environ 30mn. Les règles du jeu sont expliquées oralement, et l'énoncé du problème à résoudre écrit au tableau. Chaque séance se termine par un moment de bilan et d'institutionnalisation d'environ 15mn.

3.1 Consignes pour la situation 1

Règles initiales. Il s'agit de deviner un nombre entier compris entre 1 et un certain N , en posant le moins de questions possible. Le jeu se joue par équipes de trois. Une personne est appelée Devinante (**D**), une autre est appelée Répondante (**R**). La troisième personne est l'Arbitre (**A**). Dans la suite, on prendra systématiquement $N = 15$ (on devine donc des nombres compris entre 1 et 15 inclus) mais il est possible de jouer avec des valeurs différentes de N . Chaque partie se déroule de la manière suivante :

1. **R** choisit un nombre entier n compris entre 1 et 15. Il le communique secrètement à **A**.
2. **D** propose à **R** un nombre entier a entre 1 et 15. **A** note ce nombre sur la feuille de partie.
3. **R** peut répondre à chaque proposition par "égal" si le nombre a proposé est égal à n , "plus petit" si n est strictement plus petit que a , ou "plus grand" si n est strictement plus grand que a . **A** vérifie la réponse de **R**.
4. Si **D** a proposé un nombre a égal à n , la partie est terminée. **A** entoure le nombre trouvé et note le score. Sinon, on recommence au point 2.

Le but de **D** est de deviner n en faisant le moins possible de propositions (en comptant la proposition finale, pour laquelle $a = n$). Le nombre de propositions est appelé *score* de la partie. **D** souhaite donc *minimiser* le score.

Phase de jeu (15mn environ). On invite les élèves à jouer quelques parties, en les consignnant soigneusement sur la feuille de partie 1 et en changeant régulièrement de rôle (**D**, **R** ou **A**).

Résolution de problème (30 mn environ). On invite les groupes d'élèves à résoudre le problème suivant :

Problème 1 : Décrivez une stratégie pour **D** qui lui assure de gagner *toutes* les parties avec un score inférieur ou égal à 4 quand $N = 15$ (on dit que 4 est le *score maximal* selon cette stratégie).
Quel est le score maximal pour $N = 31$? Et pour $N = 50$? Et pour N quelconque ?

3.2 Consignes pour la situation 2

Changement de règles. On souhaite renforcer le rôle du joueur **R**. Dans cette version du jeu, **R** cherche à obliger **D** à faire le plus de propositions possibles. **R** souhaite donc *maximiser* le score de la partie. Le rôle de **D** ne change pas : elle cherche toujours à deviner en faisant le moins de propositions possible, c'est-à-dire à *minimiser* le score. On modifie les règles de la manière suivante :

1. **R** fait semblant de choisir un nombre entier compris entre 1 et $N = 15$.
2. **D** propose à **R** un nombre entier a entre 1 et 15. **A** note ce nombre.
3. **R** peut répondre à chaque proposition *comme il le souhaite* par “égal”, “plus petit” ou “plus grand”, à condition de ne pas contredire ses réponses précédentes (cela veut dire que **R** n'a pas le droit par exemple d'affirmer que le nombre recherché est plus petit que 8, puis plus tard qu'il est plus grand que 7). **A** vérifie la cohérence des réponses de **R**.
4. Si **R** a répondu “égal” à la dernière proposition, la partie est terminée. **A** entoure le nombre final et note le score. Sinon, on recommence au point 2.

Phase de jeu (15 mn environ). On invite les groupes d'élèves à jouer quelques parties selon ces nouvelles règles (en les consignnant soigneusement sur la feuille de partie 2).

Résolution de problème (30 mn environ). On invite les groupes d'élèves à résoudre le problème suivant :

Problème 2 : Décrivez une stratégie pour **R** qui lui permet d'obliger son adversaire à proposer au moins 4 nombres quand $N = 15$ (on dit que 4 est le *score minimal* selon cette stratégie).
Quel est le score minimal pour $N = 31$? Et pour $N = 50$? Et pour N quelconque ?
Attention, on doit prendre en compte toute stratégie possible de **D** !

3.3 Éléments de résolution

Situation 1. À tout moment, l'ensemble des possibilités restantes forme un intervalle. Pendant la phase de jeu, les stratégies attendues pour **D** sont la recherche par balayage (éventuellement par sauts), la dichotomie, ou un mélange des deux⁴.

La stratégie par dichotomie pour **D** consiste à toujours proposer un nombre médian parmi les possibilités restantes. Si g et d sont les bornes de l'intervalle de recherche, calculer $(g + d)/2$ (arrondi par défaut ou par excès) fournit un tel nombre. On peut démontrer de plusieurs manières que cette stratégie garantit à **D** de gagner en au plus 4 questions, par exemple en majorant le cardinal de l'intervalle de recherche après chaque réponse : 7 au plus après la première, 3 après la deuxième, et 1 après la troisième (la quatrième question permettant donc de gagner). Une autre justification consiste à dessiner l'arbre des parties possibles lorsque **D** applique cette stratégie. Pour $N = 31$ un raisonnement semblable permet de démontrer que 5 questions suffisent.

Il est possible que certains élèves reconnaissent 31, 15, 7, 3 et 1 comme nombres particuliers (de la forme $2^k - 1$) et en déduisent la conjecture que k questions suffisent dans ce cas. Le cas $N = 50$ est choisi pour déstabiliser ce type de raisonnement. Il impose de surmonter la difficulté liée à l'arrondi dans le calcul du nombre médian. On peut montrer par exemple qu'il reste *au moins* 25 possibilités après une question, puis 12, 6, 3, et enfin 1. Il est également possible de raisonner de proche en proche depuis le cas $N = 1$, pour lequel une seule question suffit, et d'observer qu'une question supplémentaire permet de gagner à coup sûr quand $N = 3$, puis une de plus (donc trois) quand $N = 7$, quatre quand $N = 15$, cinq quand $N = 31$, six quand $N = 63$, et ainsi de suite. En déduire que 6 questions suffisent pour $N = 50$ n'est pas évident et fait appel à un argument de monotonie susceptible de rester implicite.

Quel que soit le raisonnement employé, la conjecture puis la preuve d'un résultat pour N quelconque fait potentiellement appel à des connaissances préalables plus avancées, par exemple sur la numération en binaire, l'algèbre, les suites, les fonctions $\log_2(n)$ ou 2^n , le raisonnement par récurrence, etc.

Situation 2. Pendant la phase de jeu, la stratégie visée pour **R** consiste à toujours répondre de manière à maximiser le cardinal de l'intervalle de recherche restant. Cette stratégie de **R** garantit qu'aucune partie ne peut être gagnée en moins de 4 questions, comme on peut le démontrer en *minorant* le cardinal de l'intervalle de recherche après chaque réponse : 7 puis 3 puis 1. La représentation des parties sous forme d'arbre n'est cependant plus efficiente, car on ne maîtrise plus les propositions de **D**. On peut également conclure de cette observation que la dichotomie est une stratégie *optimale* pour le cas $N = 15$: aucun algorithme ne peut permettre de gagner à coup sûr en moins de coups.

Par un raisonnement de proche en proche, on peut établir que 5 questions sont indispensables pour gagner quand $N = 31$, et 6 questions quand $N = 50$,

⁴ En raison de la répétition des parties, il est également possible que certains élèves appliquent des stratégies « psychologiques » cherchant à anticiper les choix adverses.

cependant les calculs sont plus difficiles (comme précédemment). Un raisonnement dans le cas général, par exemple à l'aide de suites, permet de conjecturer ou démontrer qu'au moins $\log_2(n+1)$ questions (arrondi à l'entier supérieur) sont toujours nécessaires dans ce contexte, *quelle que soit* la stratégie de **D**. Ceci montre enfin que la stratégie de dichotomie est optimale pour tout N .

4 Recueil de données

Classes participantes. L'expérimentation a été menée en fin d'année scolaire (mai-juin 2021) auprès d'élèves de trois classes de première NSI et deux classes de terminale NSI, encadrée par quatre professeurs différents. Elle a également eu lieu auprès d'une classe de mathématiques de seconde de l'un des professeurs participants (à sa demande). Les données de cette classe n'ont pas encore fait l'objet d'une analyse spécifique, mais sont susceptibles de fournir un éclairage complémentaire. En raison du contexte sanitaire lié à l'épidémie de Covid au moment de l'expérimentation, les lycées étaient contraints de n'accueillir que la moitié des élèves en classe, l'autre moitié travaillant chez eux. Il nous a donc été possible de mener l'activité auprès de demi-classes, à raison d'environ quatre ou cinq groupes de trois élèves par session. Au total, une quarantaine d'élèves de première et autant d'élèves de terminale ont participé.

Dispositif. Comme précédemment indiqué, les élèves ont été répartis par groupes de deux ou trois. L'expérimentateur a participé à la majorité des séances, en co-animation avec l'enseignant. Les deux situations ont été présentées à quelques jours d'écart ou immédiatement l'une après l'autre selon les classes. Faute de pouvoir capter en vidéo le travail de chaque groupe d'élèves, nous avons procédé, à chaque fois que cela était possible, à un enregistrement audio des échanges entre les élèves et avec l'enseignant et l'expérimentateur. Le travail a été relativement autonome pendant les 45 premières minutes de chaque situation, à l'exception de l'exposé initial de la situation et d'occasionnelles relances. Le dernier quart d'heure a été comme prévu consacré à des échanges en classe entière (bilan, poursuite du questionnement, institutionnalisation), mais n'a pas fait l'objet d'une planification ni d'une analyse détaillées, ce qui peut constituer une limite de notre approche. Les élèves ont été encouragés à annoter librement les feuilles de partie et les frises de recherche. En phase de résolution de problème, il leur a été demandé de mettre leurs idées par écrit (sans contrainte de forme). L'ensemble des traces écrites ont ensuite été collectées. Nous avons ainsi constitué un corpus (encore en cours d'analyse) dans lequel il nous est possible de recouper les traces de recherche écrites et les extraits sonores correspondants.

5 Exemples de productions d'élèves et éléments d'analyse

Le traitement complet du corpus est en cours, en particulier la transcription des enregistrements audio et l'élaboration d'une grille d'analyse détaillée. Même s'il s'agit d'un travail inachevé, et malgré le manque de place, nous présentons

quelques exemples tirés des productions d'élèves, en tentant de dégager quelques axes d'analyse principaux. La distinction entre phases d'action, de formulation et de validation mise en avant par la TSD nous est ici très utile.

5.1 Stratégies employées lors des phases d'action

Ce premier axe d'analyse s'intéresse à l'émergence de stratégies performantes pour les joueurs D puis R pendant les phases de jeu, grâce aux feuilles de parties. Comme les noms des joueurs y figurent, il nous est possible de questionner la stabilité des stratégies de chaque élève. Il serait trop long de détailler des exemples réels, mais nous sommes à même de relever un certain nombre de tendances.

Émergence de la stratégie de dichotomie en situation 1. L'émergence de la stratégie par dichotomie pour D est soit très rapide (dès la première partie chez certains groupes), soit plus tardive. Dans un premier temps un nombre significatif de parties sont jouées selon une stratégie par balayage ou par dichotomie, mais "bruitée" (irrégularités dans les choix de propositions) ou "mixte" (changement de stratégie apparente en cours de partie). D'autres sont difficilement interprétables, soit parce que le joueur D a un "coup de chance" soit parce que les choix effectués semblent arbitraires. Il ressort néanmoins que la dichotomie émerge dans la très grande majorité des groupes au cours de la situation (parfois pendant la phase de résolution de problème, ou grâce à des indications).

Choix de l'élément médian. Dans un grand nombre de cas, la détermination de l'élément médian a posé problème. Un grand nombre de joueurs a par exemple choisi spontanément le nombre 7 comme première proposition, en divisant la borne supérieure de l'intervalle par deux (et en arrondissant par défaut), au lieu du choix canonique 8 qui divise l'intervalle en deux parties égales.

Une fois cet obstacle surmonté, la décision à prendre reste problématique quand la borne inférieure de l'ensemble est supérieure à 1, ce qui a poussé certains groupes lors de la résolution de problème à uniquement raisonner sur des parties évoluant dans un intervalle de borne inférieure 1 parce que « c'est plus simple ». Une autre difficulté survient quand le nombre de possibilité restantes est pair (faut-il arrondir par défaut ou par excès?). Une aide a été apportée à certains groupes, par exemple en les invitant à compter le nombre de "cases" restantes de part et d'autre du nombre envisagé. Il ressort de cette analyse rapide que ce point est une difficulté réelle et relativement inattendue de cette situation.

Stratégies pour R (situation 2). Une analyse des données issues de la situation 2 reste à accomplir, mais une première difficulté didactique relevée est que les élèves ne perçoivent pas toujours la différence avec la situation 1 : « on fait encore la dichotomie ». Le changement de point de vue sur l'action du joueur R semble difficile à appréhender pour certains élèves. Ceci suggère une piste de réflexion pour de futurs approfondissements.

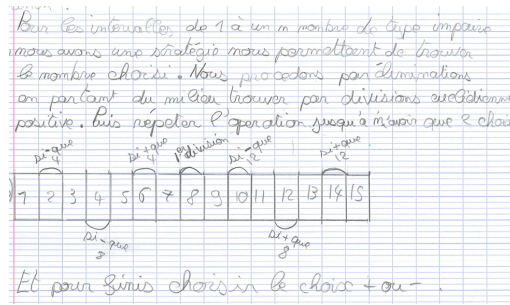


Fig. 1. Stratégie pour $N = 15$ à l'aide d'une frise numérique.

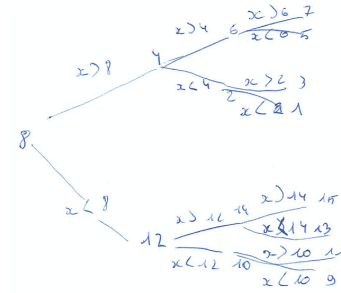


Fig. 2. Stratégie et score pour $N = 15$ à l'aide d'un arbre de décision.

5.2 Formulation des stratégies

Dans ce deuxième axe d'analyse, on se propose d'étudier le type de signes (registres sémiotiques) et les éléments langagiers utilisés pour décrire les stratégies employées par les groupes d'élèves. Le mot « algorithme » n'ayant pas été explicitement prononcé, on peut se demander si des rédactions proches du langage naturel, du pseudo-code ou d'un langage de programmation sont employées. On s'intéresse également, bien sûr, à la correction sémantique des stratégies décrites.

Les élèves auteurs de l'extrait de la figure 1 ont reproduit la frise numérique et s'en sont servi comme support explicatif pour exprimer leur stratégie. On remarque également un doute lié à la parité de N , ce qui rejoint notre discussion précédente. La figure 2 présente un arbre de décision élaboré par un groupe d'élèves (sans que cette terminologie soit invoquée ni qu'aucune consigne en ce sens ait été donnée). Il n'est pas évident de déterminer quelles conclusions les élèves en tirent, mais on peut y voir l'énoncé d'une stratégie pour D puisque chaque nœud de l'arbre indique quel nombre proposer. La figure 3 décrit une stratégie inhabituelle (et néanmoins optimale) consistant à d'abord calculer la première puissance de 2 supérieure à N , avant d'appliquer une stratégie de dichotomie. Par exemple pour $N = 50$, on pourrait supposer que le premier nombre proposé est $(1 + 63)/2 = 32$, et non 24 ou 25. Le score garanti par cette stratégie a l'avantage d'être facile à calculer et à justifier (voir aussi la figure 5), puisqu'aucun problème d'arrondi n'intervient.

On augmente le nombre max à la puissance de
 2 au dessus puis on saute 1. Ensuite, on fait
 comme au début, c'est-à-dire de prendre la ~~div~~ ^{la moitié} à chaque
 fois.

Fig. 3. Stratégie par dichotomie après passage à la puissance suivante.

15 si on prend le milieu 8 il reste 7 chiffres
 7 si on prend le centre il reste 3 possibilités
 3 si on prend le centre il reste 1 possibilité
 donc 4 sauts maximum

Fig. 4. Justification du score maximal pour $N = 15$ à l'aide d'une suite décroissante.

4	2	3	16	32	64	128	256	max
2	4	8	16	32	64	128	256	nbre = $2^x - 1$
1	3	7	15	31	63	127	255	nb de coup = 2

Fig. 5. Justification avec N de la forme $2^x - 1$ à l'aide d'une suite, et généralisation.

5.3 Modes de validation

Le troisième axe d'analyse concerne les phases de validation, notamment relatives à la justification des résultats trouvés : pourquoi telle stratégie garantit-elle un certain score maximal ou minimal, et comment les résultats numériques ou formules annoncés sont-ils valides ? Comme précédemment nous envisageons de prendre ici en compte les aspects sémiotiques et langagiers qu'il est possible de relever dans notre corpus, en particulier les aspects spécifiquement mathématiques des arguments, indices et justifications employés par les élèves.

La Figure 4 présente une justification du score maximal de 4 lorsque $N = 15$. Les outils mathématiques mobilisés sont ici très modestes : absence d'algébrisation, utilisation du langage naturel. Cet argument simple est néanmoins convaincant. La production illustrée figure 5 s'appuie sur la suite 1, 3, 7, 15... pour déterminer le nombre de coups nécessaires quand N prend une valeur de ce type. L'aspect algébrique apparaît ici clairement. L'annotation peu visible « max » laisse penser que les étudiants ont eu l'idée de rechercher la première puissance de 2 supérieure à N , comme le confirme la stratégie formulée par ce groupe (figure 3 ci-dessus). Enfin, on peut interpréter l'arbre de la figure 2 comme une justification du score maximal pour $N = 15$.

6 Conclusion

Nous avons présenté l'expérimentation d'une situation didactique conçue de manière à mobiliser les concepts d'algorithme, de problème, de complexité et de preuve en classe de NSI, et un début d'analyse des données recueillies. Notre hypothèse est que ce type de situation est susceptible de provoquer l'émergence des stratégies et des concepts visés. De par sa portée, cette étude se heurte à certaines limites. De premiers éléments d'analyse montrent que des obstacles mathématiques imprévus, comme la détermination d'un élément médian d'un intervalle d'entiers, peuvent entraver l'accès aux concepts. Les conditions d'expérimentation en classe réelle ne nous permettent pas non plus d'isoler certaines variables, qui restent ici incontrôlées (progression au cours de l'année, spécialités choisies au lycée, pratiques des enseignants, etc.). Nous n'avons pas non plus

cherché à évaluer finement les apprentissages éventuels des élèves ni planifié ou analysé en détail les phases d’institutionnalisation clôturant les séances. Malgré tout, nous pensons que cette situation, et plus généralement la famille des jeux algorithmiques décrite en section 2.3, offrent un potentiel didactique riche, et sont susceptibles d’être adaptées à d’autres problèmes.

Nous souhaitons à court terme affiner le choix des variables didactiques de la situation et les rétroactions du milieu, par exemple en opposant aux élèves un adversaire « expert » (enseignant ou machine). Il nous semblerait également important de déterminer des conditions permettant de favoriser le changement de point de vue entraîné par le passage à la situation 2. Un problème où la stratégie optimale pour D est moins évident, par exemple celui des pesées [9], pourrait le permettre. À plus long terme, nous souhaitons investiguer davantage les enjeux d’institutionnalisation portés par ces situations, en particulier celui de « disparition du jeu » au profit de connaissances plus decontextualisées. Nous pensons également que ce travail met en évidence une relation étroite entre l’enseignement de l’informatique et les connaissances mathématiques des élèves, qui revêt un sens particulier dans le contexte de la réforme actuelle du lycée. Enfin, il nous semblerait important de nous doter d’outils d’analyse plus fine des enjeux relatifs à la preuve, par exemple grâce à la typologie des preuves développée par Balacheff [1].

Références

1. Balacheff, N. : Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics* **18**(2), 147–176 (1987)
2. Balacheff, N., Margolinas, C. : Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In : *Balises en didactique des mathématiques : Cours de la 12e école d’été de didactique des mathématiques*, pp. 1–32. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, La Pensée Sauvage (2005)
3. Bessot, A. : Une introduction à la théorie des situations didactiques (master “mathématiques, informatique” de grenoble 2003-2004). *Les cahiers du laboratoire Leibniz* **91** (2003)
4. Brousseau, G. : *Théorie des situations didactiques*. La pensée Sauvage, Grenoble (1998)
5. Douady, R. : Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **7**(2), 5–31 (1986)
6. Meyer, A., Modeste, S. : Analyse didactique d’un jeu de recherche : vers une situation fondamentale pour la complexité d’algorithmes et de problèmes. In : *Didapro 8 – DidaSTIC* (2020)
7. Modeste, S. : Enseigner l’algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques ? Quels apports pour l’apprentissage de la preuve ? Ph.D. thesis, Université de Grenoble (2012)
8. Modeste, S. : Prendre en compte l’épistémologie de l’algorithme. quels apports d’un modèle de conceptions ? quelle transposition didactique ? *Recherches en didactique des mathématiques* **38**(1), 1–15 (2021)
9. Modeste, S., Ouvrier-Buffet, C., Gravier, S. : Algorithmique et apprentissage de la preuve. *Repères IREM* (79), pp 51–72 (2010)

A Matériel annexe

A.1 Feuille de partie

Date et heure :
Membres du groupe :

Compte-rendu des parties :

Numéro de partie	Initiales par rôle			Borne (N)	Liste des propositions de D												Score
	Devine	Répond	Arbitre		1e	2e	3e	4e	5e	6e	7e	8e	9e	10e	11e	...	
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	

A.2 Frise de recherche

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----